Exercícios de casa resolvidos

Extensivo – Caderno 9 – Matemática III

Aula 45 – Posições relativas entre reta e circunferência

6. Determinando o centro e o raio da circunferência:

$(x + 5)^2 + (y - 1)^2 = 20$

$C(-5, 1)$

$r = 2\sqrt{5}$

Retas paralelas a $2x + y - 7 = 0$ possuem os mesmos coeficientes **a** e **b**, $2x + y + c = 0$. Como as retas são tangentes, a distância entre o centro e uma das retas tem de ser igual ao raio da circunferência.

$$\frac{|ax_c + by_c + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = r$$

$$\frac{|2 \cdot (-5) + 1 \cdot 1 + c|}{\sqrt{2^2 + 1^2}} = 2\sqrt{5}$$

$|-9 + c| = 10$

$-9 + c = 10$ ou $-9 + c = -10$

$c = 19$ $\qquad$ $c = -1$

$2x + y + 19 = 0$ ou $2x + y - 1 = 0$

Resposta: D

8. $x^2 + y^2 = 2x$ e $x^2 + y^2 = 4y$

$C_1(1, 0)$ $\qquad$ $C_2(0, 2)$

$r_1 = 1$ $\qquad$ $r_2 = 2$

Intersecção

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 2x \\ x^2 + y^2 = 4y \end{cases} \Rightarrow x = 2y \quad \text{e} \quad 5y^2 - 4y = 0$$

$y' = 0$ ou $y'' = \dfrac{4}{5}$

$x' = 0$ $\qquad$ $x'' = \dfrac{8}{5}$

Equação da reta que passa por P e é tangente à 1ª circunferência:

$$m_{c_1P} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\frac{4}{5} - 0}{\frac{8}{5} - 1} = \frac{4}{3}$$

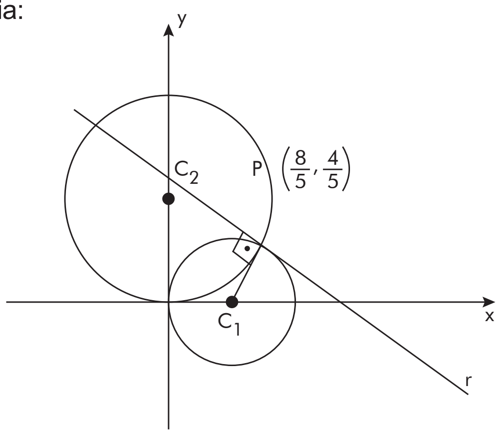
$m_r = -\dfrac{3}{4}$ e $P\left(\dfrac{8}{5}, \dfrac{4}{5}\right)$

$y - y_0 = m(x - x_0)$

$$y - \frac{4}{5} = -\frac{3}{4}\left(x - \frac{8}{5}\right)$$

$3x + 4y = 8$

Resposta: D



Aula 46 – Inequações no plano

4. Determinar as intersecções da circunferência de C(4, 4) e r = $4\sqrt{2}$ e da reta com os eixos:

Circunferência

$(x-4)^2 + (y-4)^2 = 32$

$x = 0 \Rightarrow y = 0$ ou $y = 8$
$y = 0 \Rightarrow x = 0$ ou $x = 8$

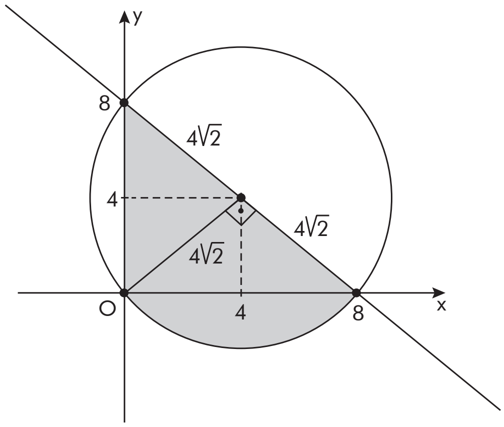
(0, 0), (0, 8) e (8, 0)

Reta

$\frac{x}{8} + \frac{y}{8} = 1$

$x = 0 \Rightarrow y = 8$
$y = 0 \Rightarrow x = 8$

(0, 8) e (8, 0)



$S_T = S_\Delta + \frac{1}{4} S_\odot$

$S_T = \frac{(4\sqrt{2})^2}{2} + \frac{1}{4}\pi \cdot (4\sqrt{2})^2$

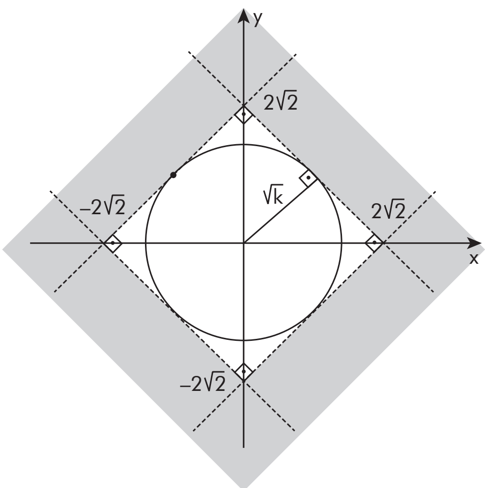
$S_T = 8(\pi + 2)$

Resposta: A

5. $|x| + |y| > 2\sqrt{2}$ representa 4 retas paralelas duas a duas, ou perpendiculares duas a duas.

$x + y > 2\sqrt{2}$ (0, $2\sqrt{2}$) e ($2\sqrt{2}$, 0)
$-x - y > 2\sqrt{2}$ (0, $-2\sqrt{2}$) e ($-2\sqrt{2}$, 0)
$-x + y > 2\sqrt{2}$ (0, $2\sqrt{2}$) e ($-2\sqrt{2}$, 0)
$x - y > 2\sqrt{2}$ (0, $-2\sqrt{2}$) e ($2\sqrt{2}$, 0)

$x^2 + y^2 \leq k$ é uma circunferência de raio $\sqrt{k}$ e centro (0, 0).



$\sqrt{k} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}}{2}$

$\sqrt{k} = 2$

$k = 4$

Resposta: D

Aula 47 – Elipse

5. Observando a figura, temos: raio do círculo r = c.
Na elipse, b = c, logo $a^2 = b^2 + c^2 = 2b^2$.
Equação da elipse:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

O ponto $P(2, \sqrt{7})$ pertence à elipse, logo:

$$\frac{2^2}{2b^2} + \frac{(\sqrt{7})^2}{b^2} = 1$$

$b^2 = 9$

Então, $a^2 = 2 \cdot 9 = 18$

A equação da elipse é:

$$\frac{x^2}{18} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$(2\sqrt{2}, \sqrt{5})$

Resposta: B

6. Como a reta tangencia a circunferência, o sistema abaixo só tem uma solução.

$$\begin{cases} y = mx + 1 \\ x^2 + 4y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 4 \cdot (mx + 1)^2 - 1 = 0$$

$x^2(1 + 4m^2) + 8mx + 3 = 0$

$\Delta = 0$

$(8m)^2 - 4 \cdot (1 + 4m^2) \cdot 3 = 0$

$64m^2 - 12 - 48m^2 = 0$

$16m^2 = 12$

$m^2 = \frac{3}{4}$

Resposta: C

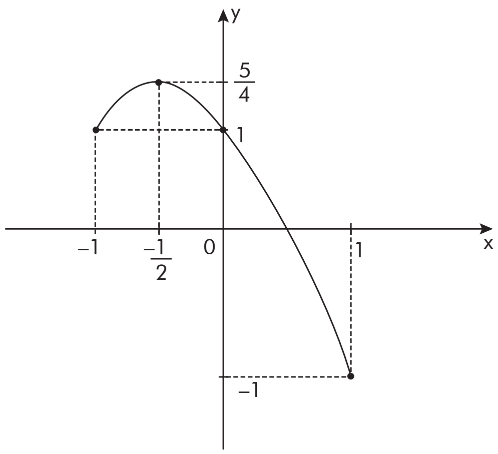
Aula 48 – Equações paramétricas e reconhecimento

6. $\begin{cases} x = \cos t \\ y = \text{sen}^2\, t - \cos t \end{cases}$

$-1 \leq \cos t \leq 1 \;\Rightarrow\; -1 \leq x \leq 1$

$y = (1 - \cos^2 t) - \cos t$

$y = -x^2 - x + 1$

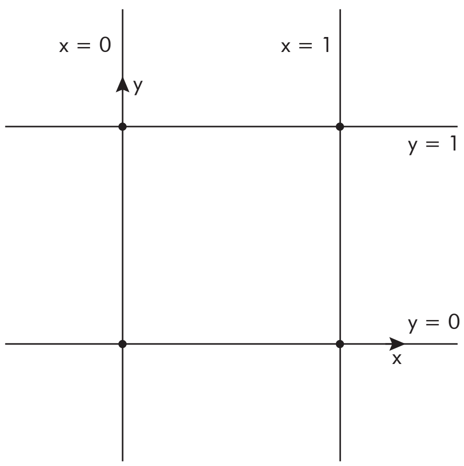


Resposta: E

7. $x^3 - x^2 = 0$ e $y^3 - y^2 = 0$

$x^2(x - 1) = 0$ $\quad$ $y^2(y - 1) = 0$

$x = 1$ ou $x = 0$ $\quad$ $y = 1$ ou $y = 0$



Resposta: D