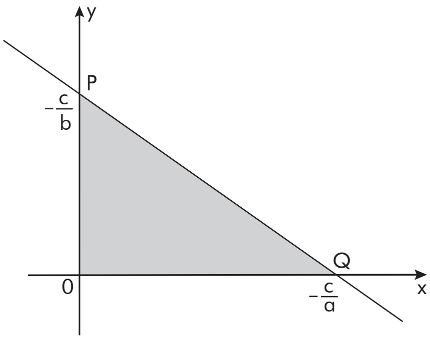
Exercícios de casa resolvidos

Extensivo – Caderno 8 – Matemática III

Aula 40

5. Intersecções com os eixos: $\left(0, -\frac{c}{b}\right)$ e $\left(-\frac{c}{a}, 0\right)$

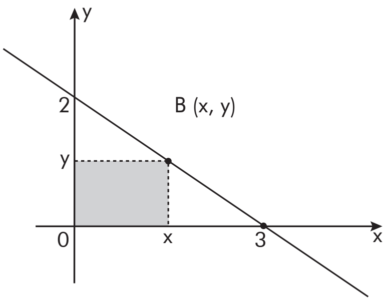


Área do ΔOPQ:

$$S = \frac{\left(-\frac{c}{a}\right)\cdot\left(-\frac{c}{b}\right)}{2} = \frac{\frac{c^2}{ab}}{2} = \frac{8ab}{2ab} = 4$$

Resposta: A

14.



Os pontos (0, 2), (x, y) e (3, 0) são colineares, logo $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$. A área do retângulo é dada por A = x · y

$$\begin{cases} y = -\frac{2x}{3} + 2 \\ A = x \cdot y \end{cases} \Rightarrow A(x) = x \cdot \left(-\frac{2}{3}x + 2\right)$$

$A(x) = -\frac{2}{3}x^2 + 2x$

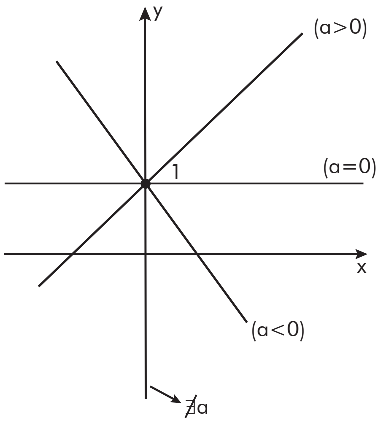
$$x_{A_{máx}} = -\frac{b}{2a} = \frac{-2}{2\cdot\left(-\frac{2}{3}\right)} = \frac{3}{2}$$

Então: $x_B = \frac{3}{2}$ e $y_B = -\frac{2}{3}\cdot\frac{3}{2} + 2 = 1$

Resposta: C

Aula 41

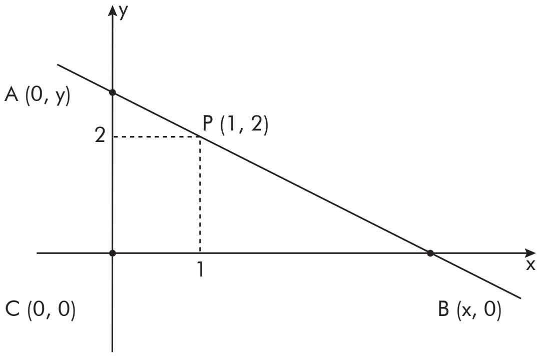
8. y = ax + 1 é reta de coeficiente angular **a** passando por (0, 1).
Variando **a**, representa todas as retas passando por (0, 1), exceto a reta vertical (x = 0), que não tem coeficiente angular.



Resposta: E

9. a) P(1, 2) e m = –1
y – 2 = –1(x – 1)
y = –x + 3
x + y –3 = 0

b) m < 0 ⇒ a reta é gráfico de função decrescente.



I. A, P e B estão alinhados

$$\begin{vmatrix} 0 & y & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ x & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \Leftrightarrow -2x - y + xy = 0$$

II. Área do ΔABC

$$\frac{x \cdot y}{2} = 4$$

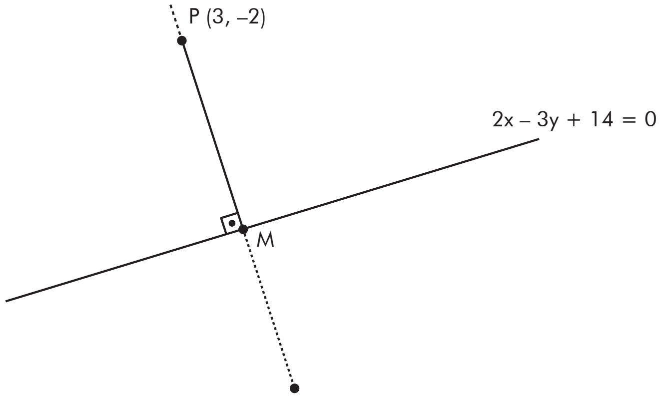
$$\begin{cases} -2x - y + xy = 0 \\ xy = 8 \end{cases} \Rightarrow (y = 4 \ \text{ e } \ x = 2)$$

Então: A(0, 4) e B(2, 0). Temos:

$$M_{AB} = \frac{4 - 0}{0 - 2} = -2$$

Aula 42

5.

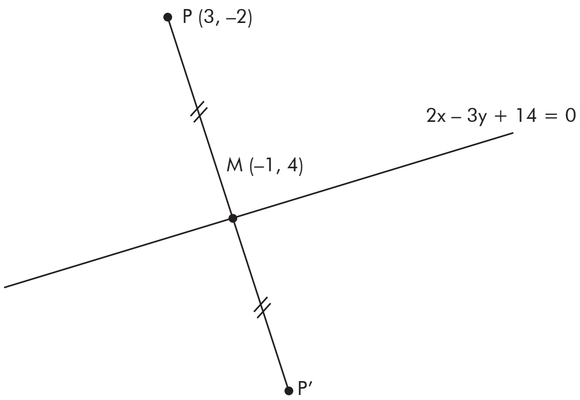


Determinando a reta perpendicular à reta 2x – 3y + 14 = 0 passando por P(3, –2).
3x + 2y + C = 0
3 · 3 + 2 · (–2) + C = 0
C = –5
Ponto M de intersecção das retas é a projeção ortogonal pedida.

$$\begin{cases} 2x - 3y + 14 = 0 \\ 3x + 2y - 5 = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-1, 4)$$

Resposta: C

6. Perceba que a equação e o ponto P são os mesmos do exercício anterior, logo M é o ponto médio de P e seu simétrico P'.



$X_m = \dfrac{x_P + x_{P'}}{2}$ $\quad$ $y_m = \dfrac{y_P + y_{P'}}{2}$

$-2 = 3 + x_{P'}$ $\quad$ $8 = -2 + y_{P'}$

$x_{P'} = -5$ $\quad$ $y_{P'} = 10$

P' = (–5, 10)

Resposta: D

Aula 43

4. Seja P(x, y) um ponto pertencente à reta equidistante das retas **r**: 3x + 2y – 1 = 0 e **s**: 3x + 2y + 7 = 0, então:

$$d_{P,\,r} = d_{P,\,s}$$

$$\frac{|3x + 2y - 1|}{\sqrt{3^2 + 2^2}} = \frac{|3x + 2y + 7|}{\sqrt{3^2 + 2^2}}$$

3x + 2y – 1 = 3x + 2y + 7 (impossível) ou 3x + 2y – 1 = –3x – 2y – 7

6x + 4y + 6 = 0

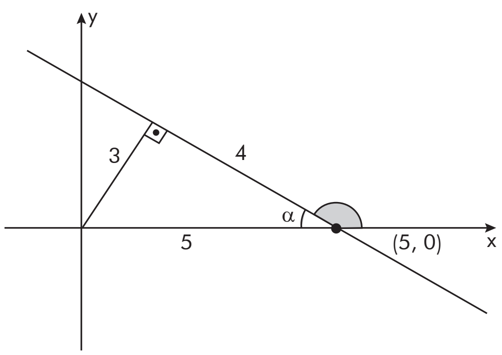
$$\boxed{3x + 2y + 3 = 0}$$

Dica: A reta equidistante das retas paralelas ax + by + c = 0 e ax + by + c' = 0 é a reta $ax + by + \frac{c + c'}{2} = 0$.

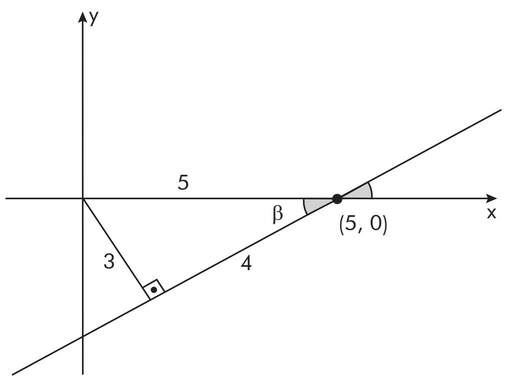
Nesse exercício temos a = 3, b = 2, c = –1 e c' = 7.

Como $\frac{c + c'}{2} = 3$, a resposta é 3x + 2y + 3 = 0.

5.



ou



$\text{tg}\,\alpha = \frac{3}{4}$ $\quad y - 0 = -\frac{3}{4}(x - 5)$

$m = -\frac{3}{4}$ $\quad 3x + 4y - 15 = 0$

P = (5, 0)

$\text{tg}\,\beta = \frac{3}{4}$

$m = \frac{3}{4}$ $\quad y - 0 = \frac{3}{4}(x - 5)$

P(5, 0) $\quad \boxed{3x - 4y - 15 = 0}$

Outro modo: A reta é: $y - 0 = m(x - 5) \Rightarrow mx - y - 5m = 0$

$$d_{0,\,\text{reta}} = 3 \Rightarrow \left|\frac{m \cdot 0 - 0 - 5m}{\sqrt{m^2 + 1}}\right| = 3 \Rightarrow \frac{25m^2}{m^2 + 1} = 9 \Rightarrow m = \pm\frac{3}{4}$$

Há duas retas: $y = \pm\frac{3}{4}(x - 5)$.

Resposta: A

Aula 44

6. Intersecções com o eixo **x** (y = 0):

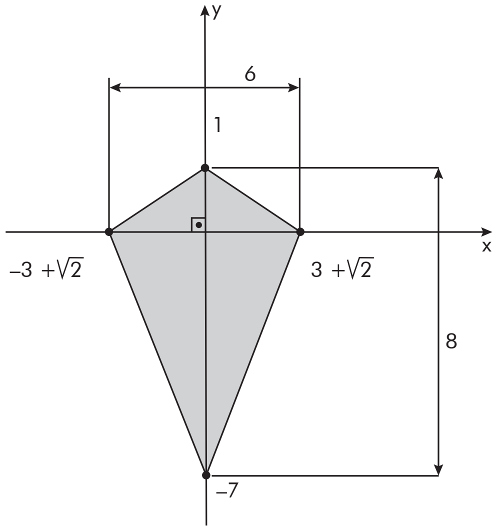
$(x - \sqrt{2})^2 + (0 - 3)^2 = 18$
$(x - \sqrt{2})^2 = 9$
$x_1 = 3 + \sqrt{2}$
$x_2 = -3 + \sqrt{2}$

Intersecções com o eixo **y** (x = 0):

$(0 - \sqrt{2})^2 + (y - 3)^2 = 18$
$(y + 3)^2 = 16$
$y_1 = -7$
$y_2 = 1$

$A = \dfrac{8 \cdot 6}{2} = 24$

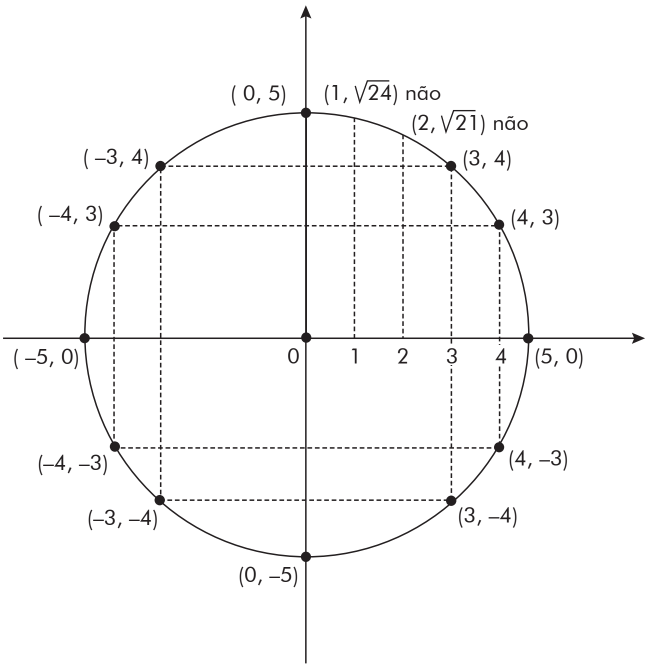
Resposta: C



7. $x^2 + y^2 = 25 \rightarrow C(0, 0)$ e $r = 5$

São 12 pontos de coordenadas inteiras.

Resposta: E



Aula 45

3. Perceba (fazendo a figura) que os A(0, 2), B(0, 8) e C(8, 8) formam um triângulo retângulo em B e hipotenusa AC. Portanto, o centro da circunferência circunscrita é o ponto médio da hipotenusa AC e a medida do raio é a metade da medida da hipotenusa.

Coordenadas do centro

$$x_m = \frac{0+8}{2} = 4 \qquad y_m = \frac{2+8}{2} = 5 \qquad m(4,\ 5)$$

Hipotenusa

$$d_{AC} = \sqrt{(0-8)^2 + (2-8)^2}$$
$$d_{AC} = 10$$

Então, m(4, 5) e r = 5

A equação é:

$(x - 4)^2 + (y - 5)^2 = 5^2$

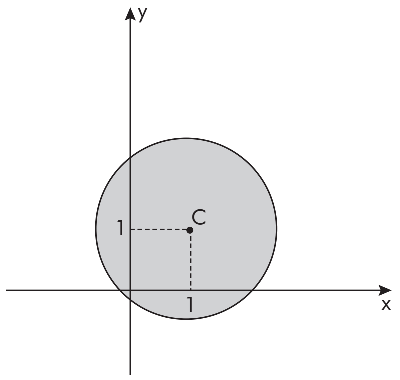
$x^2 + y^2 - 8x - 10y + 16 = 0$

Resposta: A

10. $$\begin{cases} x^2 + y^2 \le 2(x+y) \\ x^2 + y^2 \ge 2xy \end{cases} \sim \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 2y \le 0 & \text{(I)} \\ x^2 - 2xy + y^2 \ge 0 & \text{(II)} \end{cases}$$

I. Círculo de centro C(1, 1) e raio r = $\sqrt{2}$

II. $(x - y)^2 \ge 0$. Todo ponto do plano satisfaz essa desigualdade.



A região que satisfaz o sistema corresponde à área do círculo.
Logo:

$A = \pi \cdot (\sqrt{2})^2 = 2\pi$

Resposta: D