Exercícios de casa resolvidos

Extensivo – Caderno 8 – Matemática II

Aula 36

8. O binômio dado tem 7 termos, portanto o termo médio é o quarto do desenvolvimento $\left(\text{e este deve ser igual a } \frac{5}{2}\right)$:

$$\binom{6}{3}(\text{sen } x)^3\,(\cos x)^3 = \frac{5}{2} \Rightarrow 20\,(\text{sen } x \cos x)^3 = \frac{5}{2} \Rightarrow (\text{sen } x \cos x)^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \text{sen } x \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow 2\,\text{sen } x \cos x = 1 \Rightarrow \text{sen } 2x = 1 \Rightarrow 2x = \frac{\pi}{2} + 2k\pi \Rightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ arco **x** tem sua extremidade pertencente ao primeiro ou terceiro quadrantes.

Resposta: B

13. A = acertar um teste

$P(A) = \frac{1}{2}, P(A^C) = \frac{1}{2}$

P(acertar mais de 2 testes) =

$$= P(AAAA^CA^CA^C) \cdot P_6^{3,3} + P(AAAAA^CA^C) \cdot P_6^{4,2} + P(AAAAAA^C) \cdot P_6^{5} + P(AAAAAA)$$

$$= \left(\frac{1}{2}\right)^3\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{6!}{3!3!} + \left(\frac{1}{2}\right)^4\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{6!}{4!2!} + \left(\frac{1}{2}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)\frac{6!}{5!} + \left(\frac{1}{2}\right)^6 =$$

$$= \frac{1}{2^6}(20 + 15 + 6 + 1)$$

$$= \frac{42}{64} = \boxed{\frac{21}{32}}$$

Aula 37

5. $M^t = -M \Rightarrow \begin{bmatrix} 4+a & a & b \\ a_{12} & b+2 & c \\ a_{13} & a_{23} & 2c-8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4-a & -a_{12} & -a_{13} \\ -a & -b-2 & -a_{23} \\ -b & -c & -2c+8 \end{bmatrix}$

$4 + a = -4 - a \Rightarrow 2a = -8 \Rightarrow a = -4$

$a_{12} = -a \Rightarrow \boxed{a_{12} = 4}$

$b + 2 = -b - 2 \Rightarrow 2b = -4 \Rightarrow b = -2$

$a_{13} = -b \Rightarrow \boxed{a_{13} = 2}$

$2c - 8 = -2c + 8 \Rightarrow 4c = 16 \Rightarrow c = 4$

$a_{23} = -c \Rightarrow \boxed{a_{23} = -4}$

Resposta: B

8. $\begin{bmatrix} a & ax \\ ay & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -b & by \\ -bx & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} a-b & ax+by \\ ay-bx & b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$

$$\begin{cases} a - b = 0 \\ ax + by = 1 \\ ay - bx = -1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = b = 2 \\ 2x + 2y = 1 \\ 2y - 2x = -1 \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{2},\ y = 0$$

$a^b + x^y = 2^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^0 = \boxed{5}$

Resposta: C

Aula 38

8. AB = BA

$\begin{bmatrix} 1 & x \\ 1 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & x \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & x \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x & 1+x^2 \\ 1 & 1+x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1+x & 2x \end{bmatrix}$

$\begin{cases} x = 1 \\ 1 + x^2 = 1 \\ 1 + x = 1 \\ 1 + x = 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \end{cases}$ Sistema impossível pois não podemos ter x = 1 e x = 0 simultaneamente.

Resposta: E

9. $M.A = \begin{bmatrix} x & y \\ z & w \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 3 \\ 7 & -2 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 2x+y & -x+y \\ 2z+w & -z+w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 21 & 3 \\ 7 & -2 \end{bmatrix}$

$\begin{cases} 2x + y = 21 \\ -x + y = 3 \end{cases} \Rightarrow x = 6, y = 9$

$\begin{cases} 2z + w = 7 \\ -z + w = -2 \end{cases} \Rightarrow z = 3, w = 1$

Mensagem: $\underline{F}\ \underline{I}\ \underline{C}\ \underline{A}$
$\ \ 6\ \ 9\ \ 3\ \ 1$
$\ \ \downarrow$
6ª letra do alfabeto.

Resposta: B

Aula 39

14. $\det A = (\text{sen } x + \cos x)^2 - (-2 \text{ sen } x) \cdot \cos x$

$$= \underbrace{\text{sen}^2 x + \cos^2 x} + 2 \text{ sen } x \cos x + 2 \text{ sen } x \cos x$$

$$= \quad 1 \quad + 2 \cdot (\underbrace{2 \text{ sen } x \cos x})$$

$$= \quad 1 \quad + 2 \ \text{ sen } 2x$$

Para $x = \frac{\pi}{12}$, $\det A = 1 + 2 \text{ sen } 2 \cdot \frac{\pi}{12}$

$\det A = 1 + 2 \text{ sen } \frac{\pi}{6} \Rightarrow \det A = 1 + 2 \cdot \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{\det A = 2}$

Resposta: D

15. $A - x \cdot I_3 = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} - x \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} =$

$= \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x & 0 & 0 \\ 0 & x & 0 \\ 0 & 0 & x \end{bmatrix} =$

$= \begin{bmatrix} 2-x & 0 & 1 \\ 0 & 2-x & 0 \\ 1 & 0 & 2-x \end{bmatrix}$

$\det (A - x \cdot I_3) = \begin{vmatrix} 2-x & 0 & 1 \\ 0 & 2-x & 0 \\ 1 & 0 & 2-x \end{vmatrix} = (2-x)^3 - (2-x)$

$\det (A - x \cdot I_3) = 0 \Rightarrow (2-x)^3 - (2-x) = 0 \Rightarrow (2-x)\,[(2-x)^2 - 1] = 0 \Rightarrow$

$\Rightarrow (2 - x = 0 \text{ ou } (2-x)^2 - 1 = 0) \Rightarrow (x = 2 \text{ ou } x = 1 \text{ ou } x = 3).$

$S = \{2, 1, 3\}$

Resposta: C

Aula 40

12. Como $A^{-1} = A$: $\det (A + A^{-1})^3 = -64 \Rightarrow \det(2A)^3 = -64 \Rightarrow (\det(2A))^3 = -64 \Rightarrow \det(2A) = -4$.

Como A é matriz 2×2, vem: $2^2 \det A = -4 \Rightarrow \boxed{\det A = -1}$

Resposta: D

13. $\det A^7 = 128 \Rightarrow (\det A)^7 = 128 \Rightarrow \det A = 2$

$\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 1 & x \end{vmatrix} = 2 \Rightarrow 3x - 1 = 2 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow$ **x** é ímpar.

Resposta: C