Exercícios de casa resolvidos

Extensivo – Caderno 8 – Matemática I

Aula 47

5. Temos $z = \cos\theta + i\,\text{sen}\,\theta$, $|z| = 1$ e $n \in N^*$. Logo; $z^n + z^{-n} = \cos(n\theta) + i\,\text{sen}\,(n\theta) + \cos(-n\theta) + i\,\text{sen}\,(-n\theta)$ $= \cos\theta + i\,\text{sen}\,(n\theta) + \cos(n\theta) - i\,\text{sen}\,(n\theta) = 2\cos(n\theta)$

Resposta: B

11. Sendo $|z - (1 + i)^2| = k$ e $z = 5i$, temos:

$|5i - 2i| = k \rightarrow |3i| = k \rightarrow k = 3$

Logo, C é formado pelos complexos **z** tais que $|z - 2i| = 3$. O complexo $z = -i$ também pertence a esse conjunto porque $|-i - 2i| = |-3i| = 3$.

Resposta: A

Aula 48

6. Temos P(1) = P(O), logo:

$(2 + a + b)^{11} = (b)^{11} \rightarrow 2 + a + b = b \rightarrow a = -2$

Resposta: A

12. Se $1 + i$ é raiz de $P(x) = x^4 + ax^2$, então temos:

$(1 + i)^4 + a \cdot (1 + i)^2 = 0 \rightarrow (1 + i)^2\,[(1 + i)^2 + a] = 0 \rightarrow (1 + i)^2 = -a \rightarrow a = -2i$

Assim, $P(x) = x^4 - 2ix^2$ e $P(1 - i) = (1 - i)^4 - 2i\,(1 - i)^2 = (1 - i)^2\,[(1 - i)^2 - 2i] = (-2i)(-4i) = 8i^2 = -8$

Resposta: A

Aula 49

11. Aplicando o algoritmo de Briot-Ruffini vem:

$$\begin{array}{c|cccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ \hline & 1 & 1 & 2 & \multicolumn{1}{|c}{3} \end{array}$$

O quociente Q(x) é dado por $\dfrac{x^2 + x + 2}{2}$, logo $Q(x) = \dfrac{x^2}{2} + \dfrac{x}{2} + 1$ e assim Q(O) = 1

Outro modo:

$$\begin{array}{l|l} x^3 + 0x^2 + x + 1 & 2x - 2 \\ \cline{2-2} -x^3 + x^2 & \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1 \\ \cline{1-1} \quad x^2 + x + 1 & \\ -x^2 + x & \\ \cline{1-1} \qquad 2x + 1 & \\ \quad -2x + 2 & \\ \cline{1-1} \qquad 3 & \end{array}$$

$Q(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}x + 1$

$Q(0) = 1$

Resposta: A

12. Para que tal quociente independa de **x** devemos ter para todo **x** um valor constante, isto é:

$$\frac{x^2+4x-a}{2x^2+bx+2} = k \text{ com } k \in \mathbb{R}.$$

Logo: $x^2 + 4x - a = 2kx^2 + bkx + 2k, \ \forall x$

$$\rightarrow \begin{cases} 2k = 1 \\ bk = 4 \\ 2k = -a \end{cases} \rightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{2} \\ b = 8 \\ a = -1 \end{cases}$$

Assim, $a + b = -1 + 8 = 7$.

Outro modo:

Sendo Q(x) o quociente:

$Q(0) = \frac{-a}{2}$

$Q(1) = \frac{5-a}{b+4}$

$Q(-1) = \frac{-3-a}{4-b} = \frac{3+a}{b-4}$

Como o quociente é constante:

$$\begin{cases} \frac{5-a}{b+4} = \frac{-a}{2} \\ \frac{3+a}{b-4} = \frac{-a}{2} \end{cases}$$

Daí vem: $a = -1$ e $b = 8$

Resposta: D

Aula 50

8. Aplicando o Teorema do Resto temos:

$$\begin{cases} P(a) = 0 \\ P(b) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a^2 + a + c = 0 \\ b^2 + b + c = 0 \end{cases} \ominus \rightarrow a^2 - b^2 + a - b = 0 \rightarrow (a+b)(a-b) + 1 \cdot (a-b) = 0 \rightarrow (a-b) \cdot (a+b+1) = 0$$

Sendo **a** e **b** distintos, temos $a - b \neq 0$. Então, $a + b + 1 = 0$, logo $a + b = -1$.

Resposta: A

14. Temos que $R(x) = ax + b$ e assim:

$P(x) = Q(x) \cdot (x^2 - 1) + ax + b$

Como $P(1) = R_1$ e $P(-1) = R_2$ vem:

$$\begin{cases} a + b = R_1 \\ -a + b = R_2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} a = \frac{R_1 - R_2}{2} \\ b = \frac{R_1 + R_2}{2} \end{cases}$$

Logo, $R(0) = b = \frac{R_1 + R_2}{2}$

Resposta: E

Exercícios de casa resolvidos

Aula 51

13. Aplicando o algoritmo de Briot-Ruffini vem:

r	8	–4	–42	45
r	8	$8r - 4$	$8r^2 - 4r - 42$	$8r^3 - 4r^2 - 42r + 45$
	8	$16r - 4$	$24r^2 - 8r - 42$	

Devemos ter $24r^2 - 8r - 42 = 0$, isto é:

$12r^2 - 4r - 21 = 0$

$r = \dfrac{4 \pm 32}{24} \underset{r>0}{=\!=} \dfrac{36}{24} = \dfrac{3}{2} = 1,5$

Resposta: B

14. $x^4 + x^3 - x^2 - 2x - 2 = 0$

$\to x^4 + x^3 + x^2 - 2x^2 - 2x - 2 = 0$

$\to x^2 \cdot (x^2 + x + 1) - 2 \cdot (x^2 + x + 1) = 0$

$\to (x^2 + x + 1) \cdot (x^2 - 2) = 0$

$\to x = \pm\sqrt{2}$ ou $x = \dfrac{-1 \pm \sqrt{3}\,i}{2}$

Outro modo:

$P(x) \equiv (x^2 + a)(x^2 + bx + c)$

$P(x) \equiv x^4 + bx^3 + (a + c)x^2 + abx + ac$

$$\begin{cases} b = 1 \\ a + c = -1 \\ ab = -2 \\ ac = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ a = -2 \\ c = 1 \end{cases}$$

$P(x) \equiv (x^2 - 2)(x^2 + x + 1)$

$x^2 - 2$ tem 2 raízes reais ($\pm\sqrt{2}$)

$x^2 + x + 1$ não tem raiz real ($\Delta < 0$).

Resposta: C

Aula 52

7. O volume do sólido é $V = x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 = -\dfrac{d}{a} = 8$

Resposta: A

12. Sendo as raízes de $Z^3 + 10Z + 2 = 0$ $Z_1 = a$, $Z_2 = b$ e $Z_3 = C$, temos:

$$\begin{cases} a^3 + 10a + 2 = 0 \\ b^3 + 10b + 2 = 0 \\ c^3 + 10c + 2 = 0 \end{cases}$$

Adicionando-se as 3 equações vem:

$a^3 + b^3 + c^3 + 10 \cdot (a + b + c) + 6 = 0$

Por Girard, $a + b + c = 0$. Então: $a^3 + b^3 + c^3 = -6$

Resposta: D