Exercícios de casa resolvidos

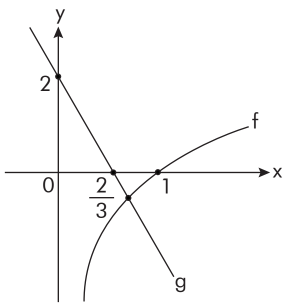
Extensivo – Caderno 7 – Matemática I

Aula 40 – página 186

2. $f(m) - f(m+2) = \left(\frac{1}{3}\right)^{2m} - \left(\frac{1}{3}\right)^{2m+4} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2m} \cdot 1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{2m} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^{4} = \left(\frac{1}{3}\right)^{2m} \cdot \left(1 - \frac{1}{81}\right) = f(m) \cdot \frac{80}{81}$

Resposta: C

8. Considere as funções:
$f(x) = \log_2 x$ $(x > 0)$ e $g(x) = -3x + 2$
Esboçando os gráficos temos:



Resposta: C

Aula 41 – página 189

11. A condição de existência é $a > -1$.
Para que tal equação admita raízes reais e distintas, devemos impor $\Delta > 0$, isto é:
$(-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot \ln(a+1) > 0$
$\rightarrow \ln(a+1) < 4 \rightarrow \log_e(a+1) < \log_e e^4$
$\rightarrow a + 1 < e^4 \rightarrow a < e^4 - 1$
A intersecção desta solução com a condição de existência é:
$v = \{a \in \mathbf{R} \mid -1 < a < e^4 - 1\}$
Respota: B

12. $\log_{\frac{1}{2}}\left(\log_{\frac{1}{2}} x\right) \leq 0$

Devemos ter:

I. $x > 0$

II. $\log_{\frac{1}{2}} x > 0 \rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x > \log_{\frac{1}{2}} 1 \rightarrow x < 1$

III. $\log_{\frac{1}{2}}(\log_{\frac{1}{2}} x) \leq \log_{\frac{1}{2}} 1 \rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x \geq 1 \rightarrow \log_{\frac{1}{2}} x \geq \log_{\frac{1}{2}} \frac{1}{2} \rightarrow x \leq \frac{1}{2}$

A intersecção de **I**, **II** e **III** é:

$v = \left]0; \frac{1}{2}\right]$

Aula 42 – página 192

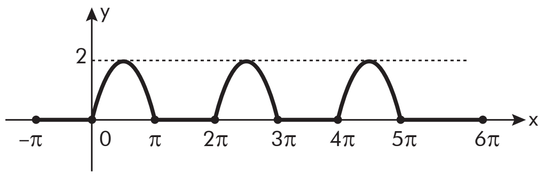
3. Para que esta função quadrática seja par, seu gráfico deve ser simétrico em relação ao eixo das ordenadas.
Logo, basta termos $x_V = 0$, isto é:
$k^2 - 4k + 3 = 0$ onde $k_1 + k_2 = \frac{-(-4)}{1} = 4$

Resposta: B

9. I. Para sen $x \geq 0$ temos:
$y = \text{sen } x + \text{sen } x = 2 \cdot \text{sen } x$

II. Para sen $x < 0$ temos:
$y = \text{sen } x + (-\text{sen } x) = 0$

O esboço do gráfico é:



O período de **f** é 2π.

Resposta: C

Aula 43 – página 194

3. $k \in Z_+^*$ e $p \in Z_+^*$

$$i^{16p-1} = \frac{i^{16p}}{i^1} = \frac{[i^{16}]^p}{i} = \frac{[i^0]^p}{i} = \frac{[1]^p}{i} = \frac{1}{i} = \frac{1 \cdot i}{i \cdot i} = \frac{i}{i^2} = \frac{i}{(-1)} = -i$$

Outro modo:
16p – 1 é um múltiplo de 4, menos 1. Então:
$i^{16p-1} = i^3 = i^2 \cdot i = -i$

Resposta: A

Aula 44 – página 196

8. Sendo $K \in \mathbf{R}$ temos:

$$\frac{1+xi}{1+xi} = K \to 1 + xi = K - Kxi$$

$$\begin{cases} K = 1 \\ -Kx = x \end{cases} \to \begin{cases} K = 1 \\ x = 0 \end{cases}$$

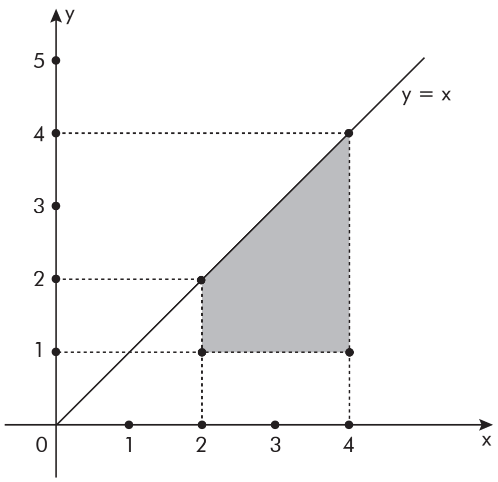
Logo, $(1 - i)^0 = 1$

Resposta: B

11. Devemos ter $(a + i)^4 \in \mathbf{R}$ com $a \in \mathbf{R}$.
$(a + i)^4 = [(a + i)^2]^2 = [(a^2 - 1) + 2ai]^2$
A parte imaginária deste resultado deve ser nula, e assim vem:
$2 \cdot 2a \cdot (a^2 - 1) = 0 \to (a = -1 \text{ ou } a = 0 \text{ ou } a = 1)$
Resposta: C

Aula 45 – página 199

7. Nas condições impostas, os complexos pertencem à região abaixo:



Logo: $z_1 = 4 + 4i$ e $z_2 = 2 + i$

$|z_1 - z_2| = |2 + 3i| = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

Resposta: A

11. $\begin{cases} z+\bar{z}=4 \\ z-\bar{z}=-4i \end{cases} \oplus \Rightarrow z = 2-2i$

$z^2 = (2-2i)^2 = -8i$

Escrevendo na forma trigonométrica, temos:

$z^2 = 8 \cdot \left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\,\text{sen}\,\frac{3\pi}{2}\right)$

Resposta: A

Aula 46 – página 201

7. $z^2 + (3 + i)^2 = 0 \rightarrow z^2 = -(3 + i)^2$

$\rightarrow |z^2| = |-(3 + i)^2| \rightarrow |z|^2 = |-(3 + i)^2|$

$\rightarrow |z| = |3 + i| = \sqrt{10}$

Resposta: C

8. $f(x) = 2 \cdot (\cos x + i\,\text{sen}\,x)$

$f(x) \cdot f(y) = [2 \cdot (\cos x + i\,\text{sen}\,x)] \cdot [2 \cdot (\cos y + i\,\text{sen}\,y)] = 4 \cdot [\cos(x + y) + i\,\text{sen}\,(x + y)] = 2 \cdot f(x + y)$

Resposta: B