Exercícios de casa resolvidos

Extensivo — Caderno 4 — Matemática I

Aula 21 – Página 199

10. $\dfrac{1}{x^2+1} - \dfrac{1}{x^2-1} \leq 2$

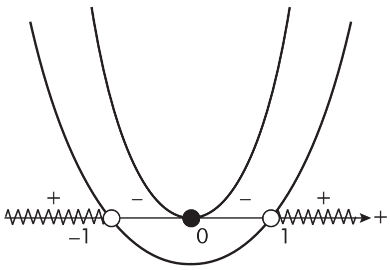
$\dfrac{1}{x^2+1} - \dfrac{1}{x^2-1} - 2 \leq 0$

$\dfrac{1 \cdot (x^2-1) - 1 \cdot (x^2+1) - 2 \cdot (x^2+1) \cdot (x^2-1)}{(x^2+1) \cdot (x^2-1)} \leq 0$

$\dfrac{-2x^4}{(x^2+1) \cdot (x^2-1)} \leq 0$

$\dfrac{2x^4}{(x^2+1) \cdot (x^2-1)} \geq 0$

Como $x^2 + 1 > 0$, para todo $x \in \mathbf{R}$, basta analisar $\dfrac{2x^4}{(x^2-1)} \geq 0$, isto é:

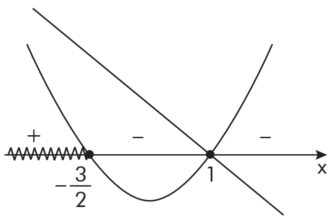


$V = \{x \in \mathbf{R} \,/\, x < -1 \text{ ou } x = 0 \text{ ou } x > 1\}$

15. $(x^2 - 1)^2 - (x^2 + x - 2)^2 \geq 0$

$[(x^2 - 1) + (x^2 + x - 2)] \cdot [(x^2 - 1) - (x^2 + x - 2)] \geq 0$

$(2x^2 + x - 3) \cdot (-x + 1) \geq 0$



$V = \left\{x \in \mathbf{R} \,/\, x \leq -\dfrac{3}{2} \text{ ou } x = 1\right\}$

Assim, $a = -\dfrac{3}{2}$ e $b = 1$ e, portanto, $b - a = +\dfrac{3}{2} + 1 = \dfrac{5}{2}$.

Resposta: E

Aula 22 – Página 202

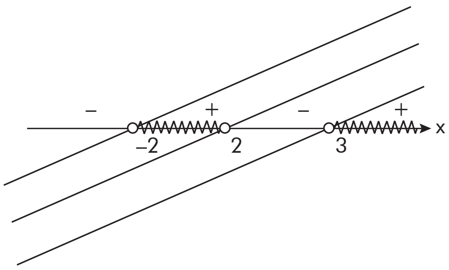
12. Basta impor que:

$x^3 - 3x^2 - 4x + 12 > 0$

$x^2 \cdot (x - 3) - 4 \cdot (x - 3) > 0$

$(x - 3)(x^2 - 4) > 0$

$(x - 3) \cdot (x - 2) \cdot (x + 2) > 0$



D(f) =]–2; 2[$\cup$]3; +∞[

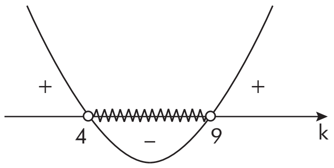
No intervalo real [–5 ; 5] temos os seguintes inteiros pertencentes ao domínio dessa função: –1; 0; 1; 4 e 5.

Resposta: E

13. $x^4 - 13x^2 + 36 < 0$

Sendo $x^2 = k$ vem:

$k^2 - 13k + 36 < 0$



Logo, $4 < k < 9$, $k \in \mathbf{R}$.

Assim, temos $4 < x^2 < 9$, isto é:

$$\begin{cases} x^2 > 4 \\ x^2 < 9 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x^2 - 4 > 0 \ (S_1) \\ x^2 - 9 < 0 \ (S_2) \end{cases}$$

S_1 =]–∞; –2[$\cup$]2; +∞[

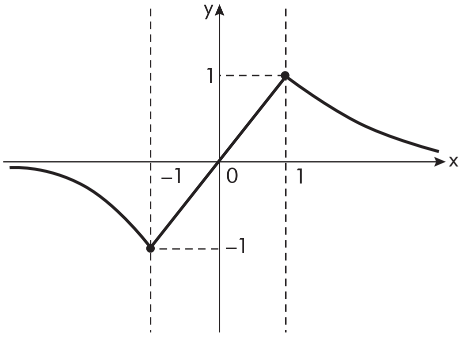
S_2 =]–3; 3[

$S_1 \cap S_2$ =]–3; –2[$\cup$]2; 3[

Resposta: C

Aula 23 — Página 205

5. O gráfico de **f** é:



Logo, Im(f) = [–1 ; 1]

Resposta: C

6. $f(x) = \frac{3x^2 - 15x + 18}{x^2 - 5x + 6} = \frac{3(x^2 - 5x + 6)}{x^2 - 5x + 6} = 3$, sendo $x \neq 2$ e $x \neq 3$.

O gráfico que melhor representa esta função é o da alternativa D.

Resposta: D

Aula 24 – Página 208

10. $|1 - 2x| \leq 5$

$-5 \leq 1 - 2x \leq 5$

$-6 \leq -2x \leq 4$

$3 \geq x \geq -2$

$-2 \leq x \leq 3$

$(-2) + (-1) + (0) + (1) + (2) + (3) = 3$

Resposta: D

11. Basta impor $|2x - 5| - 3 > 0$, logo:

$|2x - 5| > 3$

$2x - 5 < -3$ ou $2x - 5 > 3$

$2x < 2$ ou $2x > 8$

$x < 1$ ou $x > 4$

$D(f) = \{x \in \mathbf{R} \,/\, x < 1 \text{ ou } x > 4\}$

Resposta: A

Aula 25 – Página 210

7. $|x|^3 - 2 \cdot |x|^2 + x = 0$
$|x|^2 \cdot |x| - 2 \cdot |x|^2 + x = 0$
$x^2 \cdot |x| - 2x^2 + x = 0$
$x \cdot (x \cdot |x| - 2x + 1) = 0$
$x = 0$ ou $x \cdot |x| - 2x + 1 = 0$

I. Se $x \geq 0$:
$x^2 - 2x + 1 = 0$
$x_1 = x_2 = 1$

II. Se $x < 0$:
$-x^2 - 2x + 1 = 0$
$x^2 + 2x - 1 = 0$
$x = -1 - \sqrt{2}$, pois $x < 0$.

Logo, $V = \{0; 1; -1 - \sqrt{2}\}$

8. $|x - 2| + |x - 4| = 6$

I. $x < 2$
$-x + 2 - x + 4 = 6 \rightarrow -2x = 0 \rightarrow x = 0$

II. $2 \leq x < 4$
$x - 2 - x + 4 = 6 \rightarrow 2 = 6$, não admite solução neste intervalo.

III. $x \geq 4$
$x - 2 + x - 4 = 6 \rightarrow 2x = 12 \rightarrow x = 6$

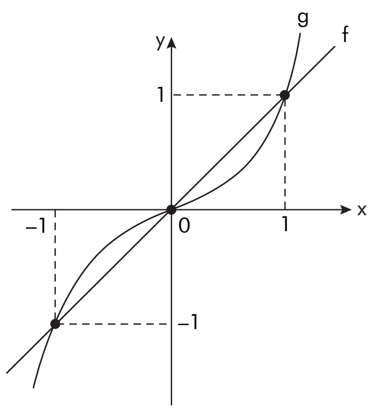
Logo, $V = \{0; 6\}$

Aulas 26 e 27 – Página 213

3. • $f(x) = x$ é a reta bissetriz dos quadrantes ímpares.
• $g(x) = x \cdot |x|$

I. Se $x \geq 0$, temos:
$y = x \cdot x = x^2$

II. Se $x < 0$, temos:
$y = x \cdot (-x) = -x^2$



Note que se $f(x) = g(x)$ temos:
• para $x \geq 0$, $x = x^2 \rightarrow x = 0$ ou $x = 1$
• para $x < 0$, $x = -x^2 \rightarrow x = -1$

Logo, os gráficos de **f** e **g** possuem 3 pontos em comum.

Resposta: A

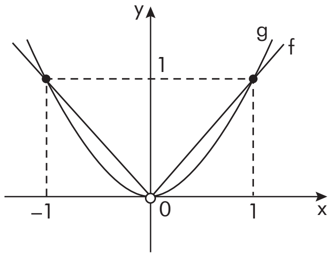
Página 214

9. $f(x) = \frac{x^2}{|x|}$

I. $x > 0 \rightarrow f(x) = \frac{x^2}{x} = x$

II. $x < 0 \rightarrow f(x) = \frac{x^2}{-x} = -x$

Sendo f(x) = g(x), temos:



Note que f(1) = f(–1) = g(1) = g(–1) = 1.

Logo, f(x) – g(x) = 0 possui duas soluções: x = 1 ou x = –1.

Resposta: C